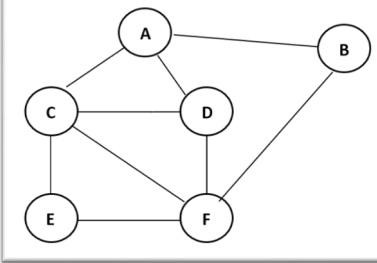
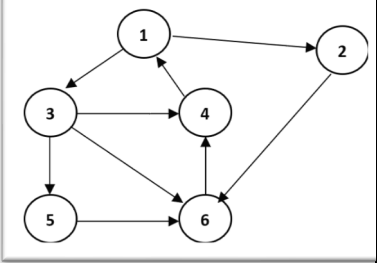
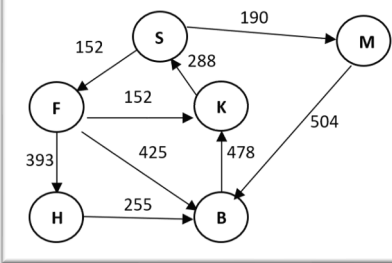
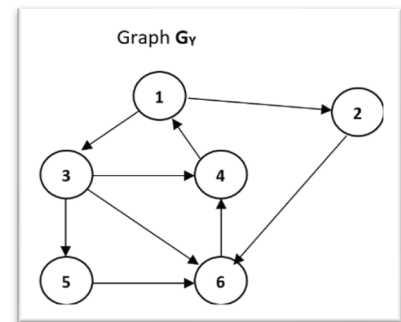


## Graphen: Aufgaben + LÖSUNGEN

Gegeben sind die Darstellungen folgender Graphen:

<p>Graph <math>G_x</math></p> 	<p>Graph <math>G_y</math></p> 	<p>Graph <math>G_z</math></p> 
1) Begründen Sie jeweils, ob es sich um <b>gerichtete</b> und/oder <b>gewichtete</b> Graphen handelt!		
<p><b>Ungerichteter Graph, da die Kanten keine Richtung anzeigen. Ungewichteter Graph, da den Kanten kein Kantengewicht zugeordnet ist</b></p>	<p><b>Gerichteter Graph, da alle Kanten eine Richtung anzeigen. Ungewichteter Graph, da den Kanten kein Kantengewicht zugeordnet ist.</b></p>	<p><b>Gerichteter und gewichteter Graph, da alle Kanten eine Richtung anzeigen und allen Kanten ein Kantengewicht zugeordnet ist.</b></p>
2) Bestimmen Sie jeweils die Knotenmenge $V$ und die Kantenmenge $E$ der drei Graphen. Halten Sie sich bitte an die Darstellungskonventionen (bspw. $V = \{X, Y, Z\}$ ).		
<p><math>V = \{A, B, C, D, E, F\}</math>  <math>E = \{(A,B), (A,C), (A,D), (B,F), (C,D), (C,E), (C,F), (D,F), (E,F)\}</math></p>	<p><math>V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}</math>  <math>E = \{(1,2), (1,3), (2,6), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (5,6), (6,4)\}</math></p>	<p><math>V = \{S, M, F, K, H, B\}</math>  <math>E = \{(S,M), (S,F), (M,B), (F,K), (F,H), (F,B), (K,S), (H,B), (B,K)\}</math></p>

3) Betrachten Sie den Graphen  $G_Y$  (rechts nochmal abgebildet).



3a) Welchen Grad hat der Knoten 3?

**Grad 4, da an Knoten 3 vier Kanten angrenzen.**

3b) Welchen Grad hat der Knoten 6?

**Grad 4, da an Knoten 6 vier Kanten angrenzen.**

3c) Geben Sie die möglichen Wege vom Knoten 1 zum Knoten 6 an. Bestimmen Sie jeweils die Länge des Weges.

**1. Weg: (1, 2, 6)                    Länge 2**

**2. Weg: (1, 3, 6)                    Länge 2**

**3. Weg: (1, 3, 5, 6)                Länge 3**

3d) Geben Sie an, welche Kreise der Graph enthält.

**1. Kreis: (1, 3, 4, 1)**

**2. Kreis: (1, 3, 5, 6, 4, 1)**

**3. Kreis: (1, 2, 6, 4, 1)**

**4. Kreis: (1, 3, 6, 4, 1)**

4) Betrachten Sie den Graphen  $G_z$  (rechts nochmal abgebildet).

Der Graph  $G_z$  stellt die Verbindungen und Entfernungen (Luftlinie) zwischen den Städten Berlin (B), Frankfurt (F), Hamburg (H), Köln (K), München (M) und Stuttgart (S) dar.

Finden Sie jeweils den kürzesten Weg von

4a) Frankfurt nach München:

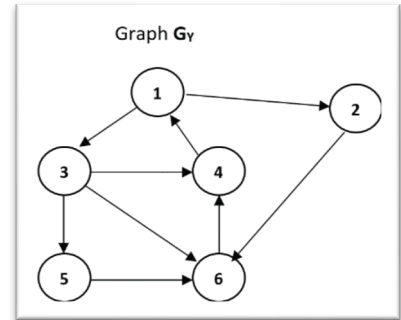
**$F \rightarrow K (152) + K \rightarrow S (288) + S \rightarrow M (190) \rightarrow 630$**

4b) Hamburg nach Frankfurt:

**$H \rightarrow B (255) + B \rightarrow K (478) + K \rightarrow S (288) + S \rightarrow F (152) \rightarrow 1.173$**

4c) Stuttgart nach Berlin:

**$S \rightarrow M (190) + M \rightarrow B (504) \rightarrow 694$**



### 5) Modellierung eines Organisationsgraphen

In einer hierarchischen Organisation sind folgende Personen beschäftigt:

Frau Zetsche	Herr Maurer	Herr Adam	Frau Bauer
Frau Dauner	Frau Frey	Herr Eder	Herr Gantner
Herr Omar	Herr Neufeld	Frau Römer	Herr Stöber

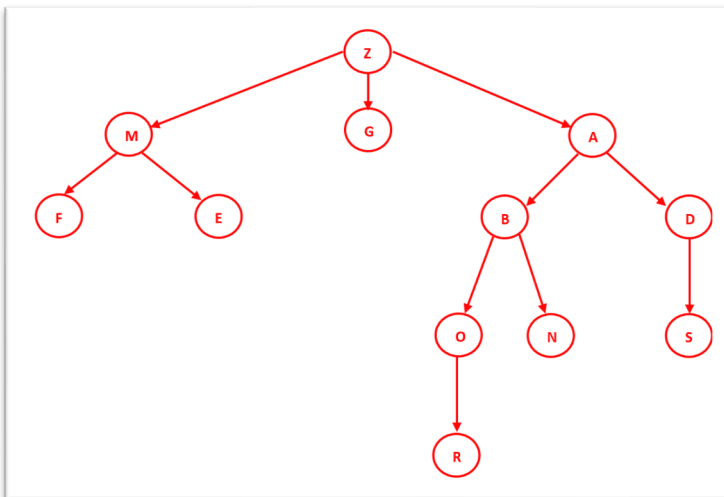
Herr Maurer erhält seine Anweisungen von Frau Zetsche und erteilt Anweisungen an Frau Frey und Herrn Eder.

Neben Herrn Maurer erhalten Herr Adam und Herr Gantner Anweisungen von Frau Zetsche.

Frau Bauer erhält ihre Anweisungen von Herrn Adam und erteilt selbst Anweisungen an Herrn Omar und Herrn Neufeld.

Frau Römer erhält ihre Anweisungen von Herrn Omar, Herr Stöber von Frau Dauner und Frau Dauner von Herrn Adam.

5a) Stellen Sie die hierarchische Struktur in einem gerichteten Graphen dar.



5b) Wer ist der hochrangigste Mitarbeiter dieser Organisation? Dieser Mitarbeiter verschickt per E-Mail eine Anweisung an die direkt untergeordneten Personen, die dies anschließend ebenfalls tun. Beschreiben Sie den Weg der Nachricht, die am längsten unterwegs ist. Wie viele E-Mails waren hierzu nötig?

**Die hochrangigste Mitarbeiterin ist Frau Zetsche. Den längsten Weg legt die Nachricht bis zu Frau Römer zurück: (Z, A, B, O, R). Der Weg hat die Länge 4, es waren also vier E-Mails nötig.**

### 6) Modellierung eines Infrastruktur-Graphen

Die Fluggesellschaft HighFly bietet ihren Kunden folgende Linienflüge an:

Frankfurt – New York (6.200 km)

Frankfurt – Dubai (4.830 km)

New York – Frankfurt (6.200 km)

Sao Paulo – Johannesburg (7.430 km)

Dubai – Johannesburg (6.430 km)

Tokio – Johannesburg (13.540 km)

Frankfurt – Moskau (2.020 km)

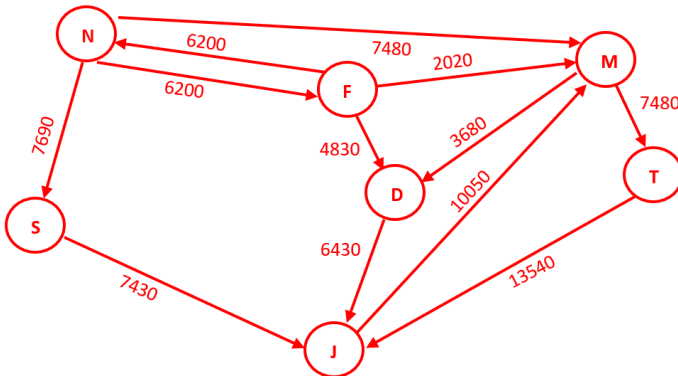
New York – Moskau (7.480 km)

New York – Sao Paulo (7.690 km)

Johannesburg – Moskau (10.050 km)

Moskau – Tokio (7.480 km)

Moskau – Dubai (3.680 km)



6a) Nehmen Sie Stellung zu der Aussage: Es handelt sich um einen gewichteten, aber keinen gerichteten Graphen.

**Der Graph ist sowohl gewichtet als auch gerichtet.**

6b) Geben Sie für den von Ihnen entwickelten Graphen drei mögliche Wege vom Knoten Frankfurt zum Knoten Johannesburg an. Bestimmen Sie jeweils die Länge des Weges.

1. Weg: (F, D, J) → 11.260 km;

2. Weg: (F, M, T, J) → 23.040 km;

3. Weg: (F, N, S, J) → 21.320 km;

4. Weg: (F, M, D, J) → 12.130 km;

5. Weg: (F, N, M, D, J) → 19.610 km;

6. Weg: (F, N, M, T, J) → 30.520 km

6c) Geben Sie für den Flug von Frankfurt nach Tokio den kürzesten und den längsten Weg (in km) an.

**Kürzester Weg: (F, M, T) → 9.500 km**

**Längster Weg: (F, N, S, J, M, T) → 38.850 km**

6d) Überprüfen Sie, welche Kreise der Graph enthält und geben Sie diese an.

**Kreise sind: (F, N, F), (M, T, J, M) und (M, D, J, M)**

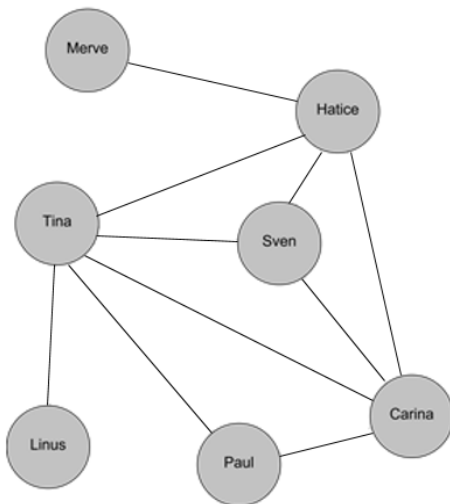
### 7) ZUSATZAUFGABE: Soziales Netzwerk

Diese Aufgabe enthält im Wesentlichen die Inhalte der vorigen Aufgaben. Da die Aufgabenstellung evtl. verwirrend sein kann, können Sie hier noch etwas Nervenstärke üben 😊

In einer Volleyballmannschaft spielen inklusive einer Ersatzspielerin insgesamt sieben Jugendliche. Diese sind, auch über ein soziales Netzwerk im Internet, folgendermaßen befreundet:

- Tina, Carina und Hatice sind allesamt untereinander befreundet.
- Sven ist mit diesen drei Mädchen befreundet.
- Paul ist nur mit zwei dieser Mädchen befreundet.
- Merve ist nur mit Hatice befreundet. Merve findet Paul arrogant und mag ihn nicht.
- Linus ist mit Tina befreundet. Linus und Paul können sich nicht ausstehen.
- Hatice hat insgesamt vier Freundschaften.

7a) Stellen Sie die Freundschaftsbeziehungen der sieben Jugendlichen in einem ungerichteten Graphen dar.



7b) Wie viele Freundschaften pflegt jede Person im Durchschnitt? Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise.

**Insgesamt hat der Graph 10 Kanten. Jede Kante berührt zwei Knoten, es gibt also insgesamt 20 Freundschaftsbeziehungen. Da es insgesamt 7 Personen gibt, werden im Durchschnitt pro Person  $20/7 = 2,86$  Freundschaften gepflegt.**

**Alternativlösung: Sie können auch bei jeder Person die Anzahl der Freunde zählen und dann die Summe der Freundschaften durch die Anzahl der Personen teilen.**

7c) In den Privatsphäre-Einstellungen ihres sozialen Netzwerks im Internet haben alle angegeben, dass ihre Posts nur „Freunde von Freunden“ lesen können.

7c-1) Bei welchen Personen kann dennoch die gesamte Volleyball-Mannschaft die Posts lesen?

**Bei Sven, Tina, Carina und Hatice, denn jede Person ist von ihnen nur maximal zwei Knoten entfernt.**

J2	<b>BPE 8: Algorithmen und Datenstrukturen</b> Arbeitsauftrag	Informatik
----	---	------------

7c-2) Bei welchen Personen lesen durch diese Privatsphäre-Einstellung unerwünschte Personen mit?

**Bei Linus und Paul. Die beiden können sich nicht ausstehen, können aber trotzdem ihre Posts an Tina gegenseitig einsehen.**

**Hingegen spielt es bei Merve und Paul keine Rolle. Merve kann zwar Paul nicht ausstehen, aber die beiden können ihre Posts jeweils nicht lesen.**

7d) Vor einem wichtigen Turnier trainiert die Mannschaft jeden Tag. Da die Jugendlichen über den Tag schwer beschäftigt sind, loggen sie sich jeden Tag immer nur nach dem Training kurz in ihr soziales Netzwerk ein.

Am Montag haben Paul und Linus in der Schule das Gerücht gehört, dass Merve bei dem Turnier nicht mitspielen will. Also schreiben sie als private Nachricht direkt an jeden ihrer Freunde von diesem Gerücht.

Sobald eine Person dieses Gerücht von zwei Freunden erhalten hat, schreibt sie am Folgetag wiederum als private Nachricht jedem ihrer restlichen Freunde von diesem Gerücht.

7d-1) Erläutern Sie, wie sich das Gerücht innerhalb der Mannschaft verbreitet.

- **Am Montag schreibt Paul an Tina und Carina. Linus schreibt an Tina.**
- **Tina erhält die Nachricht von zwei Freunden und schreibt am Dienstag an ihre Freunde Hatice, Sven und Carina.**  
**Carina erhält die Nachricht nur einmal und reagiert noch nicht.**
- **Am Dienstag erhält Carina die Nachricht zum zweiten Mal und schreibt am Mittwoch an ihre Freunde Sven und Hatice.**  
**Hatice und Sven erhalten die Nachricht nur einmal und reagieren noch nicht.**
- **Am Mittwoch erhalten Hatice und Sven die Nachricht zum zweiten Mal. Hatice schickt daraufhin die Nachricht am Donnerstag an Merve.**  
**Sven schreibt die Nachricht am Donnerstag an Hatice, die sie dann zum dritten Mal erhält.**
- **Am Donnerstagabend erfährt also Merve von dem Gerücht und kann es aufklären.**

7d-2) Inwiefern könnte diese Vorgehensweise nicht der Realität entsprechen?

**Das Gerücht wird sich sicherlich viel schneller verbreiten, denn:**

- 1. Wenn Nutzer eine Nachricht lesen, schreiben sie in der Regel sofort weiter.**
- 2. Häufig werden Gerüchte weiter verbreitet, ohne dass ihr Wahrheitsgehalt von einer zweiten Person geprüft wird.**
- 3. Häufig werden Gerüchte nicht als private Nachricht verbreitet, sondern in ganzen Gruppen.**
- 4. Da Logins häufig mehrmals pro Tag stattfinden, erfahren die Nutzer schneller von Nachrichten.**

7d-3) Können Sie einen persönlichen Bezug zu dieser Thematik herstellen?

Haben Sie ein eigenes Beispiel?

**Individuelle Lösungen. Beispiele könnten sein: WhatsApp-Nachrichten, Mobbing, Fake News, ...**

J2	<b>BPE 8: Algorithmen und Datenstrukturen</b> Arbeitsauftrag	Informatik
----	---	------------

7e) In dem von Ihnen entwickelten Graph soll auch abgebildet werden, dass Merve ihren Mitspieler Paul nicht mag.

Beschreiben Sie, welche Änderung vorgenommen werden muss.

**Durch einen gewichteten Graph. Ein positives Kantengewicht drückt Zuneigung aus. Ein negatives Kantengewicht drückt Abneigung aus.**

7f) Aus dem von Ihnen ursprünglich entwickelten Graph soll auch erkennbar sein, dass manche Freundschaften stärker als andere sind.

Beschreiben Sie, welche Änderungen vorgenommen werden müssen.

**Durch einen gewichteten Graph. Je stärker die Freundschaft, desto höher das Kantengewicht.**